

文章编号 1004-924X(2009)07-1737-08

# 用改进的 Paik 型 Boltzmann 机实现图像复原

张煜东, 吴乐南

(东南大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

**摘要:**为解决传统的 Boltzmann 机方法不仅容易陷入局部最小点,而且收敛速度慢问题,对传统的 Boltzmann 机进行了改进。将 Paik's 算法与 Boltzmann 机结合,使串行模式推广到并行模式以加快收敛速度;使用亚单位步长增益技术增加计算精度;最后,为折中收敛速度与收敛精度这一对矛盾,采用了自适应步长策略。对算法的改进进行了理论验证、收敛性分析并对残差变化进行了讨论。实验表明,该方法能够收敛到全局最优,复原结果的峰值信噪比比改进的 Boltzmann 机法获得的峰值信噪比高 0.5~0.8 dB,且收敛速度仅为该方法的 1/3,证明了本文提出的改进的 Paik 型 Boltzmann 机对图像复原是有效的。

**关键词:**图像复原; Boltzmann 机; 神经网络; 全并行算法

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A

## Realization of image restoration by improved Paik's Boltzmann machine

ZHANG Yu-dong, WU Le-nan

(School of Information Science & Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** An improved Paik's Boltzmann machine was presented to optimize the traditional Boltzmann method that suffers from not only being trapped into a local extreme but also a slow convergence. By proposed the method, the Paik's algorithm is integrated into the Boltzmann machine to restored images. Then, serial models are extended to parallel models to fasten the convergence speed and a subunit step is adopted to increase calculation precision. Finally a step adaptive method is used to trade off the contradiction of convergence precision and convergence velocity. Moreover, each improvement for the original algorithm is expatiated by theoretical validation, convergence analysis, and discussions of residual variations. Experiments demonstrate that the proposed method can be converged to the global minimum, and the Peak Signal Noise Ratio (PSNR) of the restored image is 0.5—0.8 dB higher than that of the improved Boltzmann method proposed by Bellouquid, while the consumed time is only 1/3 that of the latter. These results show that the proposed method is effective and valid for image restorations.

**Key words:** image restoration; Boltzmann machine; neural network; full parallel algorithm

收稿日期: 2008-07-12; 修订日期: 2008-08-15.

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (No. 2008AA01Z227); 国家自然科学基金资助项目 (No. 60872075); 高等学校科技创新工程重大项目培育基金资助项目 (No. 706028); 江苏省自然科学基金资助项目 (No. BK2007103)

## 1 引言

图像复原<sup>[1]</sup>是指如何从一幅被模糊函数与噪声污染的图像中求出原始的清晰图像。学者们提出不少解决方案,例如,韩玉兵等<sup>[2]</sup>提出使用动态 Hopfield 网络(DHNN)来构造此能量函数,并证明效果较好,适用于各类图像复原。有学者相继提出用 BP<sup>[3]</sup>网络与 RBF 网络<sup>[4]</sup>来复原图像,然而上述 3 种网络均有一个缺点,就是常常使得能量函数陷入局部最小点而不是全局最小点。其原因在于,上述网络的权值学习算法均是基于梯度法则的,因此,常常导致网络落入局部极小点而达不到全局最小点。例如,DHNN 陷入局部极小点的原因是,DHNN 的能量函数是具有多个极小点的非线性超曲面,而权值的学习算法却一味追求能量函数的单调下降<sup>[5]</sup>。

为此,本文采用 Boltzmann 机(BM 机)来复原图像,其能量函数与 Hopfield 网络的能量函数一致,但是其自身固有的随机神经网络性质可以保证网络落入全局极小点。为使网络性能更优,本文采用了 Paik 型 BM 机<sup>[6]</sup>,并对其改进用于图像复原,实验证实了本文改进算法的有效性。

## 2 传统的 Paik 型 Boltzmann 机

图像退化可表示为: $\mathbf{y}=\mathbf{Ax}+\mathbf{n}$ ,其中 $\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{n}$ 分别表示原始图像、退化图像和加性噪声, $\mathbf{A}$ 为退化矩阵。许多图像复原方法可归结为如下极小化问题: $\hat{\mathbf{x}}=\arg\min_{\mathbf{x}}\{\|\mathbf{Ax}-\mathbf{y}\|_2^2+\lambda\|\mathbf{Cx}\|_2^2\}$ ,其中 $\mathbf{C}$ 为正则化算子,常选为单位算子或 Laplacian 算子, $\lambda$ 为正则化参数。将其展开,略去常数项 $\mathbf{y}^T\mathbf{y}$ ,得 $\hat{\mathbf{x}}=\arg\min_{\mathbf{x}}f(\mathbf{x})=\arg\min_{\mathbf{x}}\{\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{T}\mathbf{x}-\mathbf{b}^T\mathbf{x}\}$ ,其中 $f(\mathbf{x})=1/2\times\mathbf{x}^T\mathbf{T}\mathbf{x}-\mathbf{b}^T\mathbf{x}$ 为能量函数, $\mathbf{T}=\mathbf{A}^T\mathbf{A}+\lambda\mathbf{C}^T\mathbf{C},\mathbf{b}=\mathbf{A}^T\mathbf{y}$ 。

Hopfield 网络能量函数为: $f_{\text{hp}}=-\frac{1}{2}\mathbf{v}^T\mathbf{W}\mathbf{v}-\mathbf{b}^T\mathbf{v}$ 。其中, $\mathbf{v}$ 为网络状态矢量, $\mathbf{W}$ 为网络权值, $\mathbf{b}$ 为神经元阈值。网络的状态变化为 $v_j(t+1)=G[\sum_j\omega_{ij}v_j(t)+b_i]$ ,其中 $G(u)=\text{sgn}(u)$ 。当 $\mathbf{W}$ 为对称阵且对角元素 $\omega_{ii}$ 非负时,采用串行迭代可保证离散 Hopfield 神经网络<sup>[5]</sup>(DHNN)按能

量递减收敛。对照可得: $\mathbf{W}=-\mathbf{T},\mathbf{v}=\mathbf{x}$ 。

设 Boltzmann 机(BM 机)中输入项为 $x_j(j=1,2,\dots,n)$ ,若某个神经元为 $i$ ,则其 $u_i=b_i-\sum_{j=1}^n t_{ij}x_j(t)$ ,BM 机神经元的转移概率函数为:

$$P_j(1)=\frac{1}{1+\exp\{-u_j/T\}}, \quad (1)$$

式中, $P_j(1)$ 表示神经元 $j$ 输出状态为 1 的概率; $T$ 称为模拟温度,随着网络的运行趋于 0。由于图像像素灰度值为 0~255,而 BM 机的网络节点具有二值型,所以必须对 BM 机进行修正。

为克服上述限制,将 M. Paik 提出的简单求和法与二进求和法引入 BM 机中,得到如图 1 所示网络,其中 $d$ 为转移概率函数。但是该方法计算复杂,不能获得满意的结果,必须再对其进行改进。

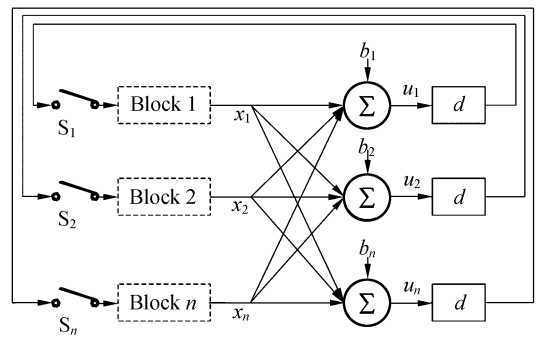


图 1 Paik 型 Boltzmann 机模型

Fig. 1 Model of Paik type Boltzmann

## 3 改进 Boltzmann 机的原理

为了清晰起见,将本文提出的‘自适应亚单位步长的并行随机 Paik’s 算法’分为 4 个步骤描述,逐步给出每步改善的原理以及相应的证明。

### 3.1 改进的串行网络运行模式

事实上,Paik’s 算法中不同时刻的能量之差 $\Delta f>0$ 时虽然破坏了网络能量函数递减的能力,但是也带给网络“跳出”局部极小点的能力。Paik 提出的算法忽视了 $\Delta f>0$ 时网络搜索全局最小点的能力,仅仅接受 $\Delta f<0$ 时网络状态的变化。本文对其做出改进, $\Delta f<0$ 时接受状态更新, $\Delta f>0$ 时根据预设阈值来判定是否接受状态更新。为了防止网络陷入混沌,可随时间提高阈值,逐

渐降低网络的搜索能力,使其最终稳定在全局最小点。下面给出更新规则  $UR_1$ , 具体步骤算法 1, 以及算法收敛的证明定理 1。

$UR_1$

$$x_i(t+1) = g[x_i(t) + \Delta x_i], i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\text{其中 } g(v) = \begin{cases} 0 & v < 0 \\ v & 0 \leq v \leq 255 \\ 255 & v > 255 \end{cases},$$

$$\Delta x_i = d_i(u_i) = \begin{cases} 0 & u_i = 0 \\ \pm 1 & \text{otherwise} \end{cases}.$$

若  $u_i \neq 0$ , 则  $P_j(1) = 1/[1 + \exp(-u_i/T)]$ ,  $P_j(-1) = 1 - P_j(1)$ .

$$u_i = b_i - \sum_{j=1}^n t_{ij} x_j(t) = [e^T b - e^T T x(t)]_i.$$

算法 1 (随机 Paik's 算法)

$T := T_0, t := 0, \rho \in (0, 1)$

While  $T > \epsilon$  do

$t := t + 1$

$$T := \frac{T_0}{1 + \ln t}$$

for  $i = 1, \dots, n$  do

执行  $UR_1$

$$\Delta f = \frac{1}{2} t_{ii} (\Delta x_i)^2 - u_i \Delta x_i$$

if  $\Delta f < 0$ , then  $x_i = x_i + \Delta x_i$

else if  $P_j(1) = \frac{1}{1 + \exp\{-u_i/T\}} > \rho$ ,

$$x_i = x_i + \Delta x_i$$

$UR_1$  中,  $u_i$  越大, 取 1 的概率越大,  $u_i$  越小, 取 -1 的概率越大。T 为网络温度, 其变化可以改变概率曲线的形状, 当网络稳定时  $T=0$ , 此时概率函数退化为符号函数, 神经元输出无随机性, 避免随机搜索能力太强而使网络陷入混沌。算法 1 中,  $t$  为时间,  $\rho$  为预设阈值,  $\epsilon$  是预设小常数, 表示算法中止温度。网络运行开始时搜索能力较高, 调整权值时允许目标函数偶尔向增大方向变化。随着搜索能力不断下降至 0, 最终以概率 1 稳定在其能量函数的全局最小点, 从而获得最优解。

定理 1 BM 机采用算法 1 时, 如果权值矩阵  $W$  对称且对角元素非负, 按串行方式工作, 则能量函数从概率意义上递减到全局极小点。

证明  $\Delta f(t) = f(t+1) - f(t) =$

$$-\frac{1}{2} [v(t) + \Delta v(t)]^T W [v(t) + \Delta v(t)] -$$

$$b^T [v(t) + \Delta v(t)] - [-\frac{1}{2} v(t)^T W v(t) - b^T v(t)] =$$

$$-\Delta v^T(t) W v(t) - \frac{1}{2} \Delta v^T(t) W \Delta v(t) - b^T \Delta v(t) =$$

$$-\Delta v^T(t) [W v(t) + b] - \frac{1}{2} \Delta v^T(t) W \Delta v(t),$$

考虑到按异步方式工作, 第  $t$  个时刻只有一个神经元调整状态, 设该神经元为  $j$ , 将  $\Delta v(t) = (0, \dots, 0, \Delta v_j(t), 0, \dots, 0)^T$  代入上式, 并考虑到  $W$  为对称矩阵, 各神经元不存在自反馈, 有  $W_{jj} = 0$ , 上式可简化为

$$\Delta f(t) = -\Delta v_j(t) u_j(t). \quad (2)$$

下面对各种情况进行讨论:

当  $u_j > 0$  时, 由式(1)有  $P_j(1) > 0.5$ , 即神经元  $j$  有较大概率, 取  $v_j = 1$ 。若上一刻  $v_j = 1$ , 则  $\Delta v_j = 0$ , 从而  $\Delta f = 0$ ; 若上一刻  $v_j = 0$ , 则  $\Delta v_j = 1$ , 从而  $\Delta f < 0$ 。

当  $u_j < 0$  时, 由式(1)有  $P_j(1) < 0.5$ , 即神经元  $j$  有较大概率, 取  $v_j = 0$ 。若上一刻  $v_j = 0$ , 则  $\Delta v_j = 0$ , 从而  $\Delta f = 0$ ; 若上一刻  $v_j = 1$ , 则  $\Delta v_j = -1$ , 从而  $\Delta f < 0$ , 证毕。

### 3.2 改进的并行网络的 UR

由于串行算法收敛缓慢, 故考虑将算法推广到并行网络。为保证算法在概率意义下收敛, 对  $UR_1$  做了改进, 即对转移函数  $d$  的过渡区做了调整, 从 0 变到  $\theta_i = 1/2 \times t_{ii}$ , 目的是使残差  $u_i$  始终保持在权值调整曲线的过渡区。下面给出更新规则  $UR_2$ , 具体步骤算法 2, 以及算法收敛的证明定理 2。

$UR_2$

$$x_i(t+1) = g[x_i(t) + \Delta x_i], i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\text{其中 } g(v) = \begin{cases} 0, & v < 0 \\ v, & 0 \leq v \leq 255, \\ 255, & v > 255 \end{cases}$$

$$\Delta x_i = \begin{cases} 0, & -\theta_i \leq u_i \leq \theta_i \\ \pm 1, & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (3)$$

如果  $\Delta x_i \neq 0$ , 则

$$P_j(1) = 1/[1 + \exp(-\text{sgn}(u_i)(|u_i| - \theta_i)/T)],$$

$$P_j(-1) = 1 - P_j(1),$$

其中

$$\theta_i = \frac{1}{2} t_{ii} > 0, \quad (4)$$

$$u_i = b_i - \sum_{j=1}^n t_{ij} x_j(t) = [\mathbf{e}^T \mathbf{b} - \mathbf{e}^T \mathbf{T} \mathbf{x}(t)]_i,$$

$$\Delta f = f[\mathbf{x}(t+1)] - f[\mathbf{x}(t)].$$

算法 2 (并行随机 Paik's 算法)

$T := T_0, t := 0, \rho \in (0, 1)$

While  $T > \varepsilon$  do

$t := t + 1$

$$T := \frac{T_0}{1 + \ln t}$$

执行 UR<sub>2</sub>

定理 2 BM 机采用算法 2 时, 如果权值矩阵  $\mathbf{W}$  对称且对角元素非负, 按并行方式工作, 则能量函数从概率意义上递减到全局极小点。

证明: 定义  $\mathbf{s}(t) = \mathbf{x}(t+1) - \mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \Delta x_i \mathbf{e}_i$

其中至少有 1 个  $\Delta x_i$  不为零, 且满足  $0 \leq x_i(t) + \Delta x_i \mathbf{e}_i \leq 255$

则  $f[\mathbf{x}(t+1)] = f[\mathbf{x}(t) + \mathbf{s}(t)] =$

$$f[\mathbf{x}(t)] + \mathbf{s}(t)^T (\mathbf{T} \mathbf{x} - \mathbf{b}) + \frac{1}{2} \mathbf{s}(t)^T \mathbf{T} \mathbf{s}(t) =$$

$$f[\mathbf{x}(t)] + \sum_{i=1}^n \Delta x_i \mathbf{e}_i^T (\mathbf{T} \mathbf{x} - \mathbf{b}) +$$

$$\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n \Delta x_i \mathbf{e}_i \right)^T \mathbf{T} \left( \sum_{i=1}^n \Delta x_i \mathbf{e}_i \right) =$$

$$f[\mathbf{x}(t)] + \sum_{i=1}^n \Delta x_i (-u_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 t_{ii} =$$

$$f[\mathbf{x}(t)] - \sum_{i=1}^n (u_i \Delta x_i - \frac{1}{2} t_{ii} \Delta x_i^2). \quad (5)$$

考察式(5), 由 UR2 可知, 当  $-\theta_i \leq u_i \leq \theta$

时,  $(u_i \Delta x_i - \frac{1}{2} t_{ii} \Delta x_i^2) = 0$ , 此时能量不变;

当  $u_i < -\theta_i$  时, 由式(5)可知, 较大概率会出现,  $\Delta x_i = -1$ ,  $(u_i \Delta x_i - \frac{1}{2} t_{ii} \Delta x_i^2) = -(u_i + \frac{1}{2} t_{ii}) > 0$ , 能量下降;

当  $u_i > \theta_i$  时, 较大概率情况下,  $\Delta x_i = 1$ ,  $(u_i \Delta x_i - \frac{1}{2} t_{ii} \Delta x_i^2) = u_i - \frac{1}{2} t_{ii} > 0$ , 能量下降, 证毕。

### 3.3 亚单位步长的并行随机 Paik's 算法

尽管上述修正算法已经在很大程度上改善了网络性能, 但是精度不够高, 网络搜索到的最小点离实际全局最小点有一定距离, 运行后期网络在全局最小点附近振荡。引入亚单位步长因子  $p$  ( $p \geq 8$ ), 既增加了算法精度, 又可以降低中间计

算舍入误差, 加快网络收敛。

这里给出更新规则 UR3, 具体执行步骤算法 3, 以及两个定理。定理 3 指出收敛点与最优点的距离和  $p$  的关系, 表明  $p$  越大残差越小。定理 4 指出网络收敛速度和  $p$  的关系, 指出  $p$  越小算法收敛越快。

UR3

$$x_i(t+1) = g[x_i(t) + \Delta x_i], \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\text{其中 } g(v) = \begin{cases} 0 & v < 0 \\ v & 0 \leq v \leq 255 \\ 255 & v > 255 \end{cases},$$

$$\Delta x_i = \begin{cases} 0, & -\theta_i \leq u_i \leq \theta_i \\ \pm \frac{1}{2^{p-8}}, & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (6)$$

如果  $\Delta x_i \neq 0$ , 则

$$P_j\left(\frac{1}{2^{p-8}}\right) = 1/[1 + \exp(-\text{sgn}(u_i)(|u_i| - \theta_i)/T)],$$

$$P_j\left(-\frac{1}{2^{p-8}}\right) = 1 - P_j\left(\frac{1}{2^{p-8}}\right),$$

其中

$$\theta_i = \frac{1}{2^{p-7}} t_{ii} > 0, \quad (7)$$

$$u_i = b_i - \sum_{j=1}^n t_{ij} x_j(t) = [\mathbf{e}^T \mathbf{b} - \mathbf{e}^T \mathbf{T} \mathbf{x}(t)]_i,$$

$$\Delta f = f[\mathbf{x}(t+1)] - f[\mathbf{x}(t)].$$

算法 3 (亚单位步长并行随机 Paik's 算法)

$T := T_0, t := 0, \rho \in (0, 1)$

While  $T > \varepsilon$  do

$t := t + 1$

$$T := \frac{T_0}{1 + \ln t}$$

执行 UR3

定理 3 Boltzmann 机采用算法 3, 神经元节点状态变化规则采用 UR3 时, 网络收敛到  $\mathbf{x}^*$  后, 其残差的 1 范数满足  $\|\mathbf{u}^*\|_1 \leq \frac{1}{2^{p-7}} \text{tr}(\mathbf{T})$ 。

证明: 网络收敛时, 由于  $T$  很小, 概率转移函数变为确定型函数, 即

$$\Delta x_i = d_i(u_i) = \begin{cases} -\frac{1}{2^{p-8}}, & u_i < -\theta_i \\ 0, & |u_i| \leq \theta_i \\ \frac{1}{2^{p-8}}, & u_i > \theta_i \end{cases}.$$

由上式可得,  $|u_i| \leq \theta_i = \frac{1}{2^{p-7}} t_{ii}, i = 1, 2, \dots, n$ , 所

以  $\|u\|_1 = \sum_{i=1}^n |u_i| \leq \frac{1}{2^{p-7}} \text{tr}(\mathbf{T})$ , 证毕。

定理 4 Boltzmann 机采用算法 3, 神经元节点状态变化规则采用 UR3 时, 假定  $\mathbf{T}$  正定,  $\|\mathbf{T}\|_2 = 1$ , 则每迭代步能量变化有

$$|\Delta f| \leq \frac{n(1-\lambda_{\min})}{2^{2^{p-15}}} + \frac{\|u\|_2^2}{2}. \quad (8)$$

证明: 由题意  $\mathbf{T}$  正定,  $\|\mathbf{T}\|_2 = 1$ , 所以  $0 < \lambda_{\min} \leq 1$  由式(5)有

$$\begin{aligned} \Delta f &= - \sum_{i=1}^n u_i \Delta x_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} t_{ii} \Delta x_i^2 \geq \\ &= - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\Delta x_i^2 + u_i^2) + \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 \right) \lambda_{\min} = \\ &= \frac{\lambda_{\min} - 1}{2} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n u_i^2 \geq \\ &= \frac{\lambda_{\min} - 1}{2} \sum_{i=1}^n (2^{8-p})^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n u_i^2 = \\ &= \frac{\lambda_{\min} - 1}{2^{2^{p-15}}} n - \frac{1}{2} \|u\|_2^2, \end{aligned}$$

由于  $\Delta f < 0$ , 所以  $|\Delta f| \leq \frac{n(1-\lambda_{\min})}{2^{2^{p-15}}} + \frac{\|u\|_2^2}{2}$ , 证毕。

### 3.4 自适应亚单位步长并行随机 Paik 算法

由定理 3 知,  $\mathbf{T} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C}$ , 其中矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{C}$  一般是既定矩阵, 而  $\lambda$  由 GCV 法或者 L-Curve 曲线拐点求出, 所以无法修正。而亚单位步长因子  $p$  可以修正:  $p$  变大时, 残差上界变小;  $p$  变小时, 残差上界变大。所以希望  $p$  变大。但是由定理 4 知,  $p$  变大会导致每迭代步能量衰减变小, 即网络收敛变慢。同时考虑到本算法中能量衰减必须满足预定的速度曲线, 所以需要设计合适的迭代算法, 使其既满足给定的逼近精度, 又保持尽可能快的收敛速度, 并且还要保证网络收敛到全局极小点。

于是提出一种策略, 自适应改变  $p$  的大小, 开始时选取较小值, 使得每迭代步能量下降快, 趋于稳定后选取较大值, 使迭代精度高, 并与上节中网络温度相结合, 假设算法最终精度为  $p = 16$  (这里选取 16 的原因在 3.1 节由实验给出), 可得  $p$  的自适应动态调整公式为

$$p = \left\lfloor 8 \left[ 1 + \frac{t}{\exp(T_0/\epsilon - 1)} \right] \right\rfloor, \quad (9)$$

式中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整。

算法 4 (迭代亚单位步长并行随机 Paik's 算法)

$T := T_0, t := 0, \rho \in (0, 1), p := 8$

While  $T > \epsilon$  do

$t := t + 1$

$$T := \frac{T_0}{1 + \ln t}$$

$$p = \left\lfloor 8 \left[ 1 + \frac{t}{\exp(T_0/\epsilon - 1)} \right] \right\rfloor$$

执行 UR3 算法 4 即本文提出的最终模型, 下文验证算法 4 的有效性、收敛性与快速性。

## 4 结果分析

### 4.1 步长因子的选择

对多幅图像进行试验之后, 得到如图 2 所示的复原图像的 PSNR 与亚单位步长因子关系图。可见随着亚单位步长因子的增长, 信噪比改善量不断增加。原则上不断提高  $p$  可以无限逼近能量最小点, 但是  $p$  增加到 16 以后, PSNR 增加已经趋于稳定, 所以选择  $p = 16$ 。下文所有实验均基于此。

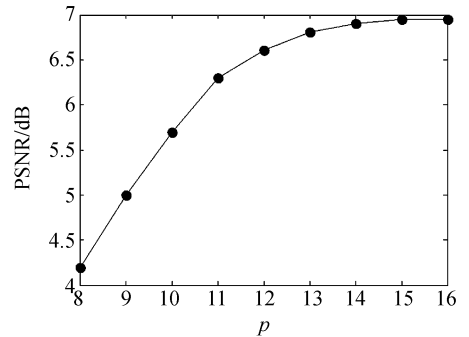


图 2 复原图像的 PSNR 与亚单位步长因子

Fig. 2 Relation of PSNRs and sub-unit step factors

### 4.2 算法比较

采用标准 Lena 图像, 大小为  $256 \times 256$ , 取方差为 1 的  $5 \times 5$  高斯模糊核, 加均值 0 标准方差  $\sigma$  为 2 的高斯白噪声, 正则化算子取 Laplacian 算子, 正则化参数  $\lambda = 0.005$ , 对比模型采用 Belouquid 于 2004 年提出的改进 Boltzmann 方法<sup>[7]</sup>, 评价参数选取 PSNR<sup>[8]</sup>。

图 3~5 给出了不同算法得到的图像复原结果, 从左到右依次是原图、降质图、文献[7]提出的改进 Boltzmann 机复原图与本文算法得到的复原图。



(a) 原图 (b) 降质图  
 (a)Original image (b)Noisy image



(c) 改进 Boltzmann 复原图 (PSNR=28.19 dB) (d) 本文算法复原图 (PSNR=28.64 dB)  
 (c)Improved Boltzmann restoration image (PSNR=28.19 dB) (d)Image restored by proposed algorithm (PSNR=28.64 dB)

图 3 Lena 图像不同方法复原比较

Fig. 3 Comparison of Lena image with different methods



(a) 原图 (b) 降质图  
 (a)Original image (b)Noisy image



(c) 改进 Boltzmann 复原图 (PSNR=29.66 dB) (d) 本文算法复原图 (PSNR=30.24 dB)  
 (c)Improved Boltzmann restoration image (PSNR=29.66 dB) (d)Image restored by proposed algorithm (PSNR=30.24 dB)

图 5 Girl 图像不同方法复原比较

Fig. 5 Comparison of Girl image with different methods



(a) 原图 (b) 降质图  
 (a)Original image (b)Noisy image



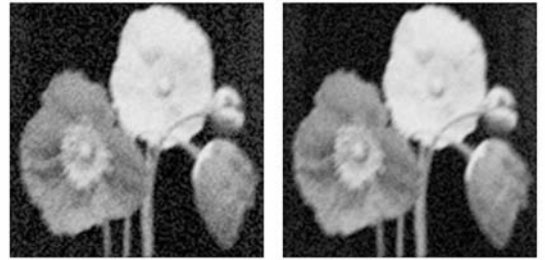
(c) 改进 Boltzmann 复原图 (PSNR=29.31 dB) (d) 本文算法复原图 (PSNR=29.95 dB)  
 (c)Improved Boltzmann restoration image (PSNR=29.31 dB) (d)Image restored by proposed algorithm (PSNR=29.95 dB)

图 4 Boat 图像不同方法复原比较

Fig. 4 Comparison of Boat image with different methods



(a) 原图 (b) 降质图  
 (a)Original image (b)Noisy image



(c) 改进 Boltzmann 复原图 (PSNR=31.77 dB) (d) 本文算法复原图 (PSNR=32.31 dB)  
 (c)Improved Boltzmann restoration image (PSNR=31.77 dB) (d)Image restored by proposed algorithm (PSNR=32.31 dB)

图 6 Tree 图像不同方法复原比较

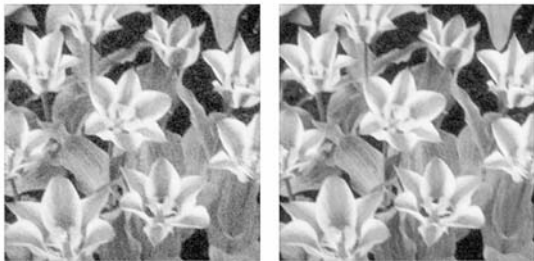
Fig. 6 Comparison of Tree image with different restoration methods

从视觉效果上来看边缘的处理也更好。例如 Lena 图像的帽子边缘部分, Boat 图像的桅杆, Girl 图像的肩膀的衣服条纹等。客观来说,本文算法的 PSNR 高于改进 Boltzmann 处理机 0.5~0.8 dB。

对于其他模糊函数,本文算法也有类似的结果。以常见的运动模糊为例,设模糊核长为 7 pixel,角度为 45°,再加均值 0 标准方差为 20 的高斯白噪声。图 6~图 7 给出了不同算法得到的图像复原结果。



(a) 原图 (a)Original image  
(b) 降质图 (b)Noisy image



(c) 改进 Boltzmann 复原图 (PSNR=30.98 dB)  
(c)Improved Boltzmann restoration image (PSNR=30.98 dB)  
(d) 本文算法复原图 (PSNR=31.51 dB)  
(d)Image restored by proposed algorithm (PSNR=31.51 dB)

图 7 Tulip 图像不同方法复原比较

Fig. 7 Comparison of Tulip image with different methods

可见,本文算法与改进 Boltzmann 机均能有效地去除运动模糊。但是本文算法效果更佳,其 PSNR 优于改进 Boltzmann 处理机的 0.5~0.6 dB。

### 4.3 运算复杂度分析

最后,对各种模型收敛速度做一个比较,图 8 给出了对 Lena 图像采用改进 Boltzmann 机与本文算法得到的 PSNR 与迭代步数的关系。

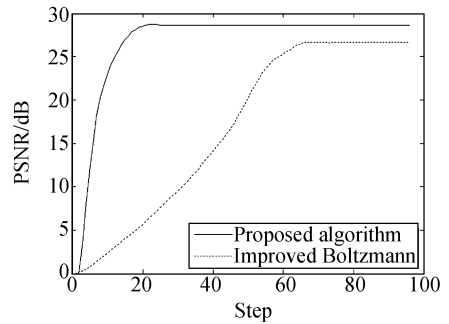


图 8 不同模型收敛速度比较

Fig. 8 Comparison of convergence speeds of different models

从图 8 可以看出,本文算法在第 23 代即能收敛,而改进 Boltzmann 机直到 70 代左右才能收敛,本文算法的收敛步数仅有改进 Boltzmann 机的 1/3 左右。

## 5 结 论

仿真实验表明,本文针对图像复原所提出的一种基于 Paik 型的 Boltzmann 机模型能无限逼近能量极小点,对于各种不同的降质模型表现均好,峰值信噪比优于流行 Boltzmann 机模型的 0.5~0.8 dB,收敛需要的迭代次数也仅为原方法的 1/3。

未来进一步的目标在于如何将本文方法用于图像去噪<sup>[9]</sup>,图像配准<sup>[10]</sup>,模式识别<sup>[11]</sup>等相关领域。

(6): 621-626. (in Chinese)

[2] 韩玉兵,吴乐南. 基于状态连续变化的 Hopfield 神经网络的图像复原[J]. 信号处理, 2004, 20(5): 431-435.

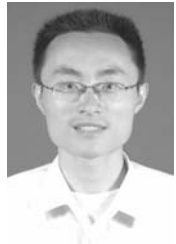
HAN Y B, WU L N. Image restoration using a modified hopfield neural network of continuous state

### 参考文献:

[1] 朱俊,文玉梅,李平. 一种像场弯曲的图像复原方法[J]. 光学精密工程, 2003, 11(6): 621-626.  
ZHU J, WEN Y M, LI P. Restoration of field-curved images[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2003, 11

- change[J]. *Signal Processing*, 2004, 20(5): 431-435. (in Chinese)
- [3] 许廷发, 张敏, 顾海军. 改进的 BP 算法在多目标识别中的应用[J]. *光学 精密工程*, 2003, 11(5): 513-515.
- XU T F, ZHANG M, GU H J. Multi-target recognition with improved BP Algorithm[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2003, 11(5): 513-515. (in Chinese)
- [4] 李鸣鸣, 龚振邦, 欧阳航空, 等. 实验数据 RBF 神经网络模型中噪声的处理方法[J]. *光学 精密工程*, 2005, 13(1): 227-231.
- LI M M, GONG ZH B, OUYANG H K, *et al.*. Strategies to the noise contained in experimental data in RBF neural network model[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005, 13(1): 227-231. (in Chinese)
- [5] PAIK J M, GOODMAN J W. Neural networks for computation: number representation and programming complexity Appl[J]. *Opt.*, 1986, 25(18): 3033-3046.
- [6] PAIK J K, KASAGGELOS A K. Image Restoration using a modified hopfield network[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1992, 1(1): 49-63.
- [7] BELLOUQUID A. From discrete Boltzmann equation to compressible linearized Euler equations[J]. *Electronic Journal of Differential Equations*. 2004(104): 1-18.
- [8] 汪源源, 孙志明, 蔡铮. 改进的奇异值分解法估计图像点扩散函数[J]. *光学 精密工程*, 2006, 14(3): 520-525.
- WANG Y Y, SUN ZH M, CAI ZH. Estimation of PSF of image system using modified SVD method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(3): 520-525. (in Chinese)
- [9] ZHANG Y D, WU L N. Improved image filter based on SPCNN[J]. *Science in China F edition: Information Science*, 2008, 51(12): 2115-2125.
- [10] ZHANG Y D, WU L N. Multi-resolution rigid image registration using bacterial multiple colony chemotaxis[C]. *Visual Information Engineering*, 2008: 528-532.
- [11] ZHANG Y D, WU L N. A novel pattern recognition method via PCNN and Tsallis entropy[J]. *Sensor*, 2008, 8(11): 7518-7529.

#### 作者简介:



张煜东(1985—),男,江苏苏州人,博士研究生,2004年、2007年于南京航空航天大学分别获得学士、硕士学位,主要从事图像处理,神经网络,进化算法等方面的研究。E-mail: zhangyuedongnuaa@gmail.com

#### 导师简介:



吴乐南(1952—),男,安徽枞阳人,博士,教授,博士生导师,1982年、1987年于南京航空学院分别获得学士、硕士学位,1997年于东南大学获得博士学位,主要从事数据压缩与多媒体技术等方面的研究。E-mail: wuln@seu.edu.cn